Laboratoire 0

Le pendule

But

Vérifier la formule donnant la période d'un pendule.

Théorie

Un pendule est une masse suspendue au bout d'une corde. La période d'oscillation d'un pendule est donnée par.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = \frac{2\,\pi}{\sqrt{g}}\,\ell^{1/2}$$

Notez que cette période est indépendante de la masse du pendule.

Méthode utilisée

Pour vérifier cette loi, nous allons utiliser un pendule et mesurer sa période d'oscillation pour différentes longueurs de corde. Avec un graphique linéarisé, il sera relativement facile de voir si nos résultats sont en accord avec l'équation théorique. Nous allons mesurer la période de 50 oscillations, car ceci diminuera de beaucoup notre incertitude sur le temps.

Appareils

- Corde
- Masse (± 1%)
- Chronomètre

Manipulations

- Accrochez une masse 100 g à une corde.
- Mesurez la période de 50 oscillations pour toutes les longueurs du tableau suivant

LONGUEUR	PÉRIODE
cm	s
±	±
25	
30	
35	
40	
45	
50	
55	
60	
65	
70	

Résultats

Faites un tableau de la période en fonction de la longueur.

Calculs

- Calculez la période de chaque oscillation et présentez les résultats sous forme de tableau.

On doit ensuite tracer un graphique linéarisé. La linéarisation de l'équation est

$$T = \ell^{1/2}\,\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$\ln T = \ln \ell^{1/2} + \ln\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

$$\ln T = \frac{1}{2}\ln \ell + \ln\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

en posant $u = \ln \ell$ et $v = \ln T$. On obtient

$$v = \frac{1}{2}u + \ln\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$

ce qui correspond à l'équation d'une droite ayant les caractéristiques suivantes

Pente = ½ Ordonnée à l'origine = $\ln\frac{2\pi}{\sqrt{g}}$

- Calculez les valeurs de u et v. Présentez les résultats sous forme de tableau.
- Tracez le graphique de v en fonction de u.
- Calculer la valeur théorique de l'ordonnée à l'origine en utilisant g = 9,81±0,01 m/s²

Analyse des résultats

- Comparez la valeur de la pente théorie (½) à la valeur de la pente du graphique.
- Comparez la valeur de l'ordonnée à l'origine théorique ($\ln 2\pi / \sqrt{g}$) à la valeur obtenue sur le graphique.

Vérification de la loi de la période du pendule

Luc Tremblay[1], Isaac Newton[2], Leonhard Euler[3]
[1] Collège Mérici, Québec, Canada
[2] Université de Cambridge Cambridge Royaume-Uni
[3] Université de Bâle, Bâle, Suisse

17 novembre 1722

Résumé

Dans ce rapport de laboratoire, nous allons vérifier la loi donnant la période d'un pendule. Nous avons observé une légère déviation entre les valeurs théoriques et les valeurs expérimentales. Ceci semble dû au fait que loi du pendule est obtenue en faisant quelques hypothèses qui ne correspondent pas à notre montage expérimental.

Résultats

Période en fonction de la longueur de la corde

LONGUEUR	PÉRIODE DE 50 OSCILLATIONS
cm	S
± 0,2	± 0,3
25,0	49,9
30,0	54,7
35,0	59,2
40,0	62,8
45,0	67,5
50,0	70,8
55,0	74,7
60,0	78,2
65,0	81,2
70,0	84,4

Calculs et graphiques

Période d'une oscillation

Exemple de calcul (données avec 25 cm)

$$T_{1\text{oscillation}} = \frac{T_{50\text{ oscillations}}}{50}$$

$$T_{1\text{oscillation}} = \frac{49{,}9s}{50} = 0{,}998s$$

incertitude : $\Delta T_{1\text{oscillation}} = \frac{\partial T_{1\text{oscillation}}}{\partial T_{50\text{ oscillations}}} \Delta T_{50\text{ oscillations}} = \frac{1}{50} \Delta T_{50\text{ oscillations}}$

$$\Delta T_{1\text{oscillation}} = \frac{0{,}3s}{50} = 0{,}006s$$

Donc $\boxed{T_{1\text{oscillation}} = 0{,}998 \pm 0{,}006s}$

Nous avons maintenant les données suivantes lorsque l'on varie la longueur de la corde

LONGUEUR	PÉRIODE D'UNE OSCILLATION
m	s
± 0,002	± 0,006
0,250	0,988
0,300	1,094
0,350	1,184
0,400	1,256
0,450	1,350
0,500	1,416
0,550	1,494
0,600	1,564
0,650	1,624
0,700	1,688

Calcul des valeurs de u et de v

Exemple de calcul de u (avec les données pour 25 cm)

$$\begin{aligned} u &= \ln \ell \\ &= \ln 0,25 \\ &= -1,3863 \end{aligned}$$

Incertitude : $\Delta u = \frac{\partial u}{\partial \ell}\Delta \ell = \frac{1}{\ell}\Delta \ell$

$$\Delta u = \frac{1}{0,25m}0,003m = 0,012$$

Donc $\boxed{u = -1,386 \pm 0,012}$

Exemple de calcul de v (avec les données pour 25 cm)

$$\begin{aligned} v &= \ln T \\ &= \ln 0,988 \\ &= -0,0121 \end{aligned}$$

Incertitude : $\Delta v = \frac{\partial v}{\partial T}\Delta T = \frac{1}{T}\Delta T$

$$\Delta v = \frac{1}{0,988s}0,006s = 0,0061$$

Donc $\boxed{v = -0,0121 \pm 0,0061}$

On obtient alors les résultats suivants pour u et v

u	v
log (m)	log (s)
-1,3863 ± 0,0080	-0,0121± 0,0061
-1,2040 ± 0,0067	0,0898 ± 0,0055
-1,0498 ± 0,0057	0,1689 ± 0,0051
-0,9163 ± 0,0050	0,2279 ± 0,0048
-0,7985 ± 0,0044	0,3001 ± 0,0044
-0,6931 ± 0,0040	0,3478 ± 0,0042
-0,5978 ± 0,0036	0,4015 ± 0,0040
-0,5108 ± 0,0033	0,4472 ± 0,0038
-0,4308 ± 0,0031	0,4849 ± 0,0037
-0,3567 ± 0,0029	0,5235 ± 0,0036

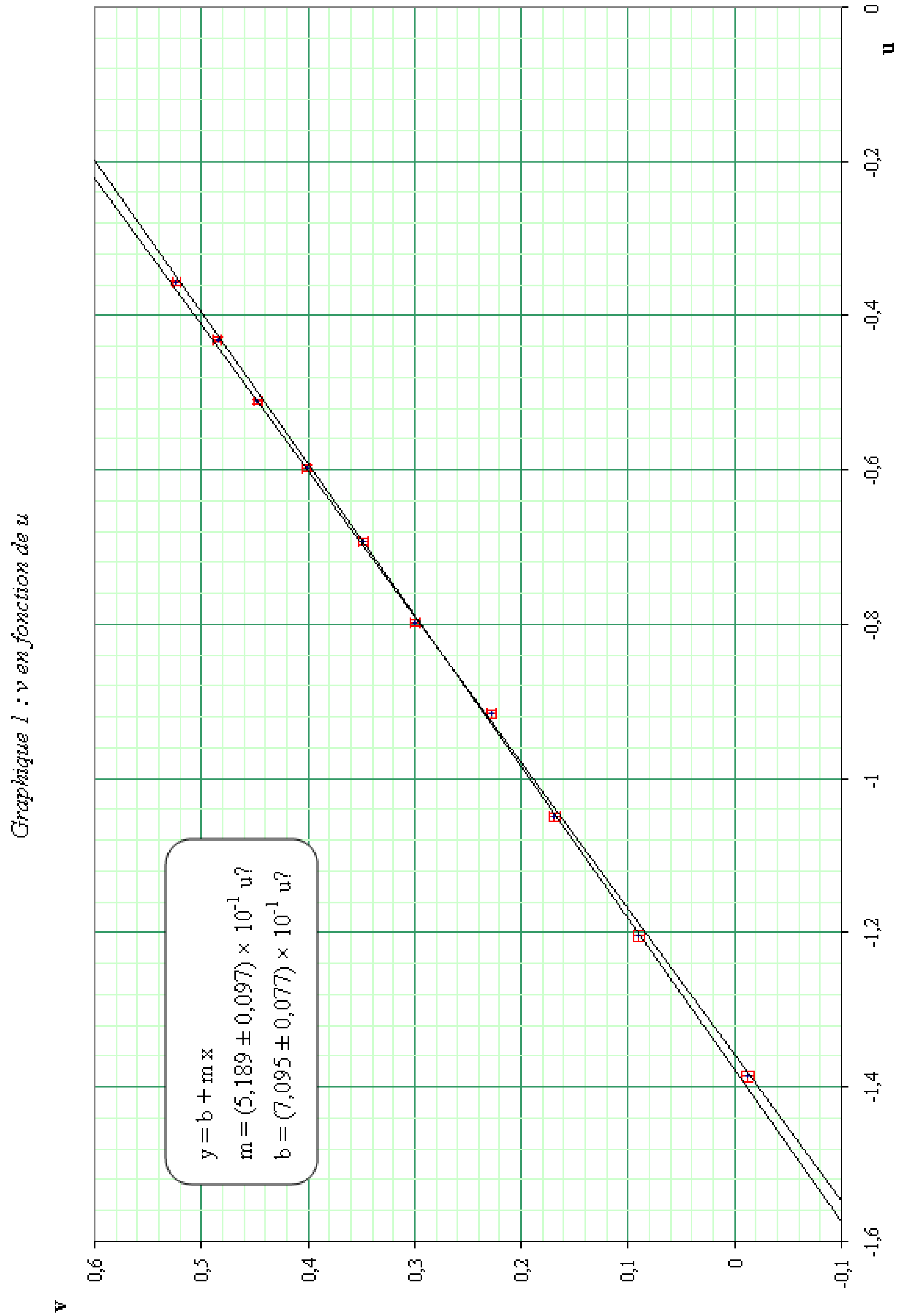
Nous avons le graphique de v en fonction de u à la fin de la section calcul (graphique 1).

La valeur de la pente est

$$\boxed{\text{Pente} = 0{,}5189 \pm 0{,}0097}$$

et la valeur de l'ordonnée à l'origine est

$$\boxed{b_{exp} = 0{,}7095 \pm 0{,}0077}$$


Graphique 1 : v en fonction de u
y = b + m x
m = (5,189 ± 0,097) × 10-1 u?
b = (7,095 ± 0,077) × 10-1 u?
u
v
0
-0,2
-0,4
-0,6
-0,8
-1
-1,2
-1,4
-1,6
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
-0,1

La valeur théorique de l'ordonnée à l'origine est

$$b = \ln\frac{2\pi}{\sqrt{g}} = \ln\frac{2\pi}{\sqrt{9,81 m/s^2}} = 0,69618$$

et son incertitude est

$$\Delta b = \left|\frac{\partial b}{\partial g}\right|\Delta g = \frac{\pi\, g^{-3/2}}{2\pi g^{-1/2}}\Delta g = \frac{\Delta g}{2g} = \frac{0,01 m/s^2}{2\times 9,81 m/s^2} = 0,00051$$

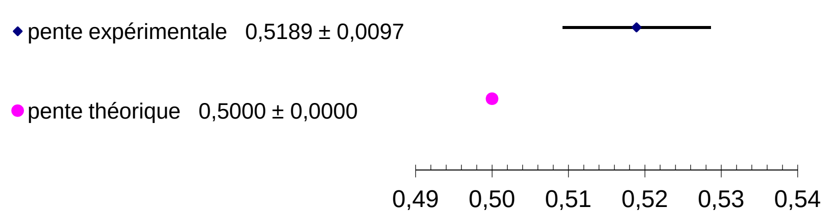
La valeur de l'ordonnée à l'origine théorique est donc de

$$\boxed{b_{théo} = 0,69618 \pm 0,00051}$$

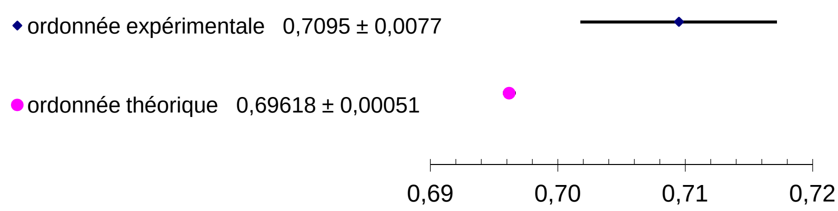
Analyse

<u>Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales</u>

La pente théorique a une valeur de 0,5. Elle est en désaccord avec la valeur de la pente expérimentale qui est de 0,5189 ± 0,0097 puisque l'écart entre les valeurs (0,0189) est plus grand que la somme des incertitudes (0,0097). Graphiquement on a



L'ordonnée à l'origine expérimentale, ayant une valeur de 0,7095 ± 0,0075, est en désaccord avec la valeur expérimentale de l'ordonnée à l'origine qui est de 0,69618 ± 0,00051 puisque l'écart entre les valeurs (0,01332) est plus grand que la somme des incertitudes (0,00821). Graphiquement on a



Causes du désaccord

Il faut bien voir que la formule que l'on a utilisée ne s'applique peut-être pas exactement à notre expérience. L'équation théorique s'applique dans le cas d'un pendule idéalisé, c'est-à-dire une masse ponctuelle attachée au bout d'une corde sans masse. Ce n'était de toute évidence pas le cas ici. Notre masse n'était pas ponctuelle ce qui fait que la véritable longueur de la corde, qui correspond à la distance entre le pivot et le centre de masse de l'objet servant de pendule, n'est pas tout a fait celle que nous avons mesurée puisqu'il nous manque la distance entre le point d'attache de la corde sur l'objet servant de pendule et le centre de masse de l'objet. Nos valeurs de ℓ étaient donc trop petites, ce qui nous a donné des valeurs de u trop petites et donc une valeur de la pente plus grande que prévue.

Ainsi, il n'est pas étonnant que l'accord ne soit pas parfait. Cet effet n'étant pas vraiment grand, les déviations avec les valeurs théoriques ne devraient pas être très importantes, ce qui est le cas ici.

Améliorations proposées

Ainsi, pour améliorer cette expérience, il serait bon de connaitre de façon plus précise la position du centre de masse de l'objet qui sert de pendule. En utilisant un objet symétrique, la détermination de centre de masse ne serait pas tellement difficile à faire. Il suffira donc de faire plus attention à la mesure de la longueur de la corde lors d'une future expérience. On pourrait également utiliser des matériaux plus denses pour notre pendule de façon à avoir une masse la plus petite possible et ainsi s'approcher de la situation idéalisée dans laquelle la masse est ponctuelle. L'or et l'osmium sont des éléments plus denses, mais pas tellement par rapport à nos masses déjà utilisées. De plus, l'augmentation prodigieuse des couts que cela entrainerait ne permet pas ce genre d'amélioration. Finalement, comme la situation idéalisée correspondant à la formule utilisée fait référence à une corde sans masse, il faudrait utiliser la corde la moins massive possible.

Conclusion

Nous avons observé une légère déviation entre la formule théorique et les résultats expérimentaux. Ceci semble dû au fait que loi du pendule est obtenue en faisant quelques hypothèses qui ne correspondent pas à notre montage expérimental.

Commentaires sur le rapport

Il n'y a pas d'introduction à faire.

Dans la section « résultats », vous devez écrire toutes les mesures faites au laboratoire ainsi que leurs incertitudes. Il ne doit y avoir aucun calcul effectué sur ces mesures.

Dans la section « Calculs », vous devez faire tous les calculs et tous les calculs d'incertitude. Si un même calcul se répète plusieurs fois, comme pour faire un tableau, ne faire que le calcul de la première ligne du tableau. Ensuite, écrire les résultats sous forme de tableau immédiatement après l'exemple de calcul.

La section « Analyse » se compose de 3 parties soit :

1. La comparaison des mesures avec les valeurs théoriques.
2. Les raisons pour lesquelles une mesure n'est pas en accord avec une valeur théorique.
3. Les façons d'améliorer l'expérience.

Dans la section « Conclusion », nous retrouvons le verdict sur le but de l'expérience.